

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. a) Determinantul este $\begin{vmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 \neq 0$.

b) Se obține soluția $x_0 = \frac{1}{a^2 + 1}$, $y_0 = \frac{a}{a^2 + 1}$, $z_0 = \frac{a^2}{a^2 + 1}$, cu $y_0^2 = x_0 \cdot z_0$.

c) După calcule, se obține $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a^2 + 1} & \frac{-a}{a^2 + 1} & \frac{a^2}{a^2 + 1} \\ \frac{a}{a^2 + 1} & \frac{1}{a^2 + 1} & \frac{-a}{a^2 + 1} \\ \frac{-1}{a^2 + 1} & \frac{a}{a^2 + 1} & \frac{1}{a^2 + 1} \end{pmatrix}$.

2. a) Se obține $e = 6$.

b) Se arată că corespondența este o lege de compoziție pe G . Se verifică apoi axiomele grupului.

Se obține că elementul neutru este $e = 6$, iar simetricul lui $x \in G$ este $x' = 5 + \frac{1}{x - 5} \in G$.

c) Notăm $\begin{cases} x - 5 = a > 0 \\ y - 5 = b > 0 \\ z - 5 = c > 0 \end{cases}$ și obținem sistemul $\begin{cases} ab = c \\ bc = a \\ ca = b \end{cases}$, cu unica soluție $a = b = c = 1$.

Singura soluție a sistemului inițial este $x = y = z = 6$.